



专题 2 磁场

模型 1 ▶ 安培力的综合问题

1. (1) 1 000 m/s (2) 0.267

试题解构

a. 审读题干: 由“在炮弹加速过程中电流始终保持恒定”可知, 安培力保持恒定.

b. 受力分析: 炮弹加速的过程中只受到安培力作用, 做匀加速直线运动.

c. 能量分析: 储能器释放的能量 = 储能器最初所储能量 E_1 - 发射炮弹后储能器所剩储能 E_2 .

【解析】(1) 由题意可知 $F = kI^2 = 2 \times 10^5 \text{ N}$, 1 分

由运动学公式及牛顿第二定律得 $F = ma$, 1 分

$v^2 = 2aL$, 1 分

解得 $v = 1\,000 \text{ m/s}$ 2 分

(2) 由(1)知炮弹获得的动能为 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 5 \times 10^5 \text{ J}$, 1 分

该过程储能器释放电荷量 $Q = It$, 1 分

$t = \frac{v}{a}$, 1 分

解得 $Q = 5\,000 \text{ C}$, 1 分

故储能器最初所储能量 $E_1 = k_1(2Q)^2 = 2.5 \times 10^6 \text{ J}$, 1 分

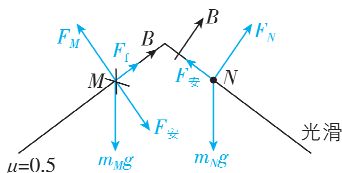
发射炮弹后储能器所剩储能 $E_2 = k_1Q^2 = 6.25 \times 10^5 \text{ J}$, 1 分

则 $\frac{E_k}{E_1 - E_2} \approx 0.267$ 2 分

2. (1) 12 m/s (2) $\frac{4}{3} \text{ m/s}^2$ (3) 4 m/s

试题解构

a. 受力分析: 导体棒 N 处于垂直导轨平面向上的匀强磁场中, 运动过程会切割磁感线, 根据右手定则可得电流方向为顺时针方向(俯视), 根据左手定则可知导体棒 N 所受安培力沿导轨平面向上, 无摩擦; 导体棒 M 处于沿导轨平面向上的匀强磁场中, 运动过程未切割磁感线, 根据左手定则可知导体棒 M 所受安培力垂直导轨平面向下, 有摩擦, 如图所示.



b. 运动分析: N 沿导轨平面做加速运动, 随着速度增大, 回路电动势增大, 电流增大, 安培力增大, 加速度减小, 直到受力平衡, 加速度为 0, 速度达到最大; 随着 N 的速度增大, M 的安培力也增大, 摩擦力增大, M 做加速度减小的加速运动, 受力平衡时加速度为 0, 速度达到最大.

【解析】(1) 当 N 棒的速度最大时加速度为 0,

则有 $m_N g \sin \theta = F_{\text{安}} = BIL$, 1 分

此时通过 N 的电流为 $I = \frac{E}{2R} = \frac{BLv_{N\max}}{2R}$, 1 分

代入数据, 解得 $v_{N\max} = 12 \text{ m/s}$ 1 分

(2) 当导体棒 N 的速度为 4 m/s 时,

此时的电流为 $I' = \frac{BLv}{2R}$, 1 分

根据右手定则可以分析出导体棒 M 中的电流方向向内, 根据左手定则可知导体棒 M 受到的安培力方向垂直于导轨平面向下, 对导体棒 M 进行受力分析, 沿导轨平面方向上有

$m_M g \sin \theta - \mu(m_M g \cos \theta + BI'L) = m_M a_M$, 2 分

解得 $a_M = \frac{4}{3} \text{ m/s}^2$ 1 分

(3) 当导体棒 M 的速度最大时加速度为 0,

有 $m_M g \sin \theta - \mu(m_M g \cos \theta + BI'L) = 0$, 2 分

此时的电流为 $I'' = 6 \text{ A}$, 1 分

根据第(1)小问计算可知, 此时的 N 棒速度为 12 m/s , 故导体棒 M 、 N 同时达到最大速度, 设 M 与 N 棒从静止开始运动到最大速度时所用的时间为 t , 对 N 棒应用动量定理, 有

$m_N g t \sin \theta - \bar{B} I L t = m_N v_{N\max}$, 2 分

对 M 棒应用动量定理,

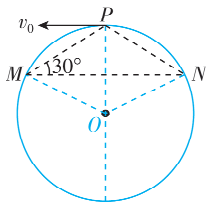
有 $m_M g t \sin \theta - \mu(m_M g \cos \theta + \bar{B} I L) t = m_M v_{M\max}$, 2 分

联立解得 $v_{M\max} = 4 \text{ m/s}$ 1 分

模型 2 ▶ 带电粒子在磁场中的运动

考点 1 无边界问题

3. **D** 【解析】根据题意作出轨迹, 如图所示, 根据几何关系, 可知 $\angle POM = 60^\circ$, 则轨迹半径 $R = L$, 由于洛伦兹力提供向心力, 则有 $qv_0 B = m \frac{v_0^2}{R}$, 解得 $B = \frac{mv_0}{qL}$, 故 **A** 错误; 根据几何关系, MN 间距离为 $x_{MN} = 2L \cos 30^\circ = \sqrt{3}L$, 故 **B** 错误; 粒子从 P 点运动到 N 点对应的圆心角 $\theta = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$, 粒子运动周期 $T = \frac{2\pi R}{v_0}$, 则经历时间为 $t = \frac{\theta}{360^\circ} T$, 解得 $t = \frac{5\pi L}{3v_0}$, 故 **C** 错误; 根据轨迹图可知, 当粒子运动至与 P 点关于圆心对称的位置时, 距 MN 的距离最大, 为 $x_{\max} = 2R - L \sin 30^\circ = \frac{3L}{2}$, 故 **D** 正确.



4. **BD** 【解析】根据左手定则可知匀强磁场的方向沿 y 轴正



方向, **A 错误**; 电子在 O 点, 沿 y 轴方向的速度 $v_y = v_0 \sin \theta$, 垂直 y 轴方向的速度 $v_x = v_0 \cos \theta$, 电子在 P 点, 沿 y 轴方向的速度不变 (关键: y 轴方向不受力), 垂直 y 轴方向的速度与在 O 点时方向相反、大小相等, 电子从 O 到 P 速度变化量的大小为 $|\Delta v| = 2v_0 \cos \theta$, 根据动量定理可知电子从 O 到 P 受洛伦兹力冲量大小为 $2mv_0 \cos \theta$, **B 正确**; 由洛伦兹力提供向心力

有 $ev_x B = m \frac{v_x^2}{r}$, 根据几何关系可得 $r = \frac{z_1}{2}$, 联立可得 $z_1 =$

$\frac{2mv_0 \cos \theta}{eB}$, **C 错误**; 又 $T = \frac{2\pi r}{v_x}$, 联立可得 $T = \frac{2\pi m}{eB}$, 电子从 O

到 P , 在 y 轴方向运动的距离 $y_1 = v_y t$ (关键: y 轴方向上做匀速运动), 当电子转半圈、一圈半、两圈半、……时经过 P

点, 即 $t = \left(N + \frac{1}{2}\right) T = \left(N + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2\pi m}{eB} (N = 0, 1, 2, 3, \dots)$, 联立

可得 $y_1 = v_0 \sin \theta \cdot \left(N + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2\pi m}{eB} (N = 0, 1, 2, 3, \dots)$, 则 $\frac{y_1}{z_1} =$

$$\frac{v_0 \sin \theta \cdot \left(N + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2\pi m}{eB}}{\frac{2mv_0 \cos \theta}{eB}} = \left(\frac{1}{2} + N\right) \pi \tan \theta (N = 0, 1, 2, 3, \dots), \text{D 正确.}$$

5. **BD** 【解析】粒子在磁场中受到的洛伦兹力提供做圆周运动

所需的向心力, 设粒子做圆周运动的半径为 r , 则有 $qvB =$

$m \frac{v^2}{r}$, 若磁感应强度 $B = \frac{mv}{qd}$, 解得 $r = d$, 在磁场中运动的周期

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi d}{v}$, 发出的粒子打到 P 点用时最长与运动到挡板

用时最短对应的轨迹如图①所示 (关键: 粒子轨迹半径不

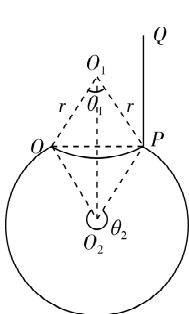
变, 轨迹对应圆心角越大, 运动时间越长, 则打到挡板的最短

时间需要找最短弦对应的轨迹, 即弦 OP 所对劣弧, 运动到 P

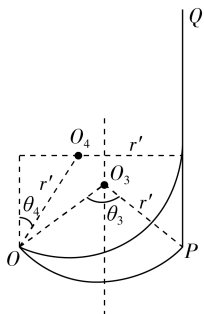
点的最长时间需要找弦 OP 对应的优弧轨迹), 由几何关系

可得 $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 300^\circ$, 则最短时间为 $t_{\min} = \frac{\theta_1}{360^\circ} T = \frac{\pi d}{3v}$, 最长

时间为 $t_{\max} = \frac{\theta_2}{360^\circ} T = \frac{5\pi d}{3v}$, **A 错误, B 正确**;



图①



图②

若磁感应强度 $B = \frac{8mv}{5qd}$, 由 $qvB = m \frac{v^2}{r'}$, 解得 $r' = \frac{5}{8}d$, 在磁场中

运动的周期为 $T' = \frac{2\pi r'}{v} = \frac{5\pi d}{4v}$, 发出的粒子打到挡板用时最



短(关键:时间最短,即劣弧圆心角最小,弦最短)和发出的粒子打到挡板左侧最远的点(关键:最长的弦为直径,但粒子无法运动半个周期打到挡板左侧)对应的轨迹如图②所示,由

于 O 、 P 等高,根据对称性和几何关系可知 $\sin \frac{\theta_3}{2} = \frac{\frac{d}{2}}{r'} =$

$\frac{4}{5}$, 解得 $\theta_3 = 106^\circ$, 则发出的粒子打到挡板的最短时间为

$t'_{\min} = \frac{\theta_3}{360^\circ} T' = \frac{53\pi d}{144v}$, **C 错误**; 由几何关系可得 $r' + r' \sin \theta_4 =$

d , 解得 $\sin \theta_4 = \frac{3}{5}$, 则发出的粒子打到挡板左侧最远的点离 P

点的距离为 $s_{\max} = r' \cos \theta_4 = \frac{d}{2}$, **D 正确**.

6. (1) $\frac{2\pi mv}{3qB}$ (2) $\frac{8\pi mv}{5qB}$

(3) $\left(\frac{3mv}{5qB} \left[1 - \cos \left(\frac{qBt}{m} \right) \right], \frac{3mv}{5qB} \sin \left(\frac{qBt}{m} \right), \frac{4}{5}vt \right)$

试题解构

a. 审读题干:不计粒子重力,粒子在整个空间中只受洛伦兹力作用.

b. 运动分析:(1)中的粒子发射速度与磁场方向垂直,在 xOy 平面内做匀速圆周运动;(2)中的粒子发射速度与磁场方向不垂直,将速度分解为垂直于磁场方向的 v_y 和平行于磁场方向的 v_z ,可把粒子的运动分解为沿 z 轴方向的匀速直线运动和平行于 xOy 平面的匀速圆周运动.

c. 坐标分析: z 轴坐标为粒子在 z 轴方向匀速直线运动的位移, x 、 y 轴坐标利用几何关系求解.

【解析】(1)若该粒子在 xOy 平面第一象限以速度大小 v 、沿与 x 轴正方向成 60° 角的方向从原点 O 射出,

则粒子在 xOy 平面内做匀速圆周运动,由洛伦兹力提供向心力有 $qvB = m \frac{v^2}{r_1}$, 解得 $r_1 = \frac{mv}{qB}$, 2 分

粒子的运动轨迹如图甲所示,由几何关系得粒子在 xOy 平面

第一象限内运动的轨迹长度 $l = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r_1 = \frac{2\pi mv}{3qB}$ 3 分

(2)若该粒子在 yOz 平面第一象限以速度大小 v 、沿与 z 轴正方向成 37° 角的方向从原点 O 射出,则粒子沿 z 轴正方向的速度分量 $v_z = v \cos 37^\circ = 0.8v$, 沿 y 轴正方向的速度分量 $v_y = v \sin 37^\circ = 0.6v$, 2 分

粒子沿 z 轴正方向做匀速直线运动,同时在平行于 xOy 的平

面内做匀速圆周运动,半径 $r_2 = \frac{mv_y}{qB} = \frac{3mv}{5qB}$, 周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$,

..... 2 分

粒子运动一个周期后第一次通过 z 轴,此时的位置到原点 O

的距离 $d = v_z T = \frac{8\pi mv}{5qB}$ 3 分

(3)在 t 时刻粒子沿 z 轴正方向运动的位移 $z = v_z t = \frac{4}{5}vt$,



1 分

在时间 t 内粒子转过的圆心角为 $\theta = \frac{2\pi}{T}t = \frac{qBt}{m}$, 1 分

粒子的分运动在 xOy 平面内的投影如图乙所示, 此时粒子位

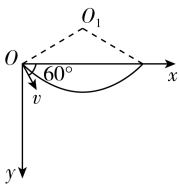
置投影点为点 A , 则 $x = r_2 - r_2 \cos \theta = \frac{3mv}{5qB} \left[1 - \cos \left(\frac{qBt}{m} \right) \right]$,

1 分

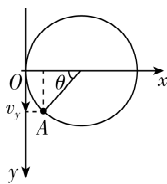
$y = r_2 \sin \theta = \frac{3mv}{5qB} \sin \left(\frac{qBt}{m} \right)$, 1 分

则粒子 t 时刻的坐标为

$\left(\frac{3mv}{5qB} \left[1 - \cos \left(\frac{qBt}{m} \right) \right], \frac{3mv}{5qB} \sin \left(\frac{qBt}{m} \right), \frac{4}{5}vt \right)$ 2 分



甲



乙

考点 2 单直线边界问题

7. **C** 【解析】带负电的粒子垂直磁场方向进入匀强磁场, 洛

伦兹力提供向心力, 有 $qvB = m \frac{v^2}{R}$, 粒子运动的周期为 $T =$

$\frac{2\pi R}{v}$, 联立可得 $T = \frac{2\pi m}{qB}$, 带负电的粒子入射方向与 MN 成

45° 角, 顺时针做圆周运动, 轨迹如图所示, 入射速度与边界

MN 夹角为 45° , 出射时速度与边界 MN 夹角也为 45° (关键:

粒子在单直线边界磁场中运动, 以多大角度射入就以多大角

度射出), 因此轨迹对应的圆心角 $\theta = 90^\circ$, 粒子在磁场中的运

动时间为 $t = \frac{90^\circ}{360^\circ} T = \frac{\pi m}{2qB}$, **A 错误**; 若其他条件不变, 粒子入射

的初速度大小改变, 轨迹半径改变, 周期不变, 轨迹对应圆心

角仍为 90° , 所以粒子在磁场中的运动时间不变, 与速度大小

无关, **B、D 错误**; 若其他条件不变, 粒子带正电, 入射方向与

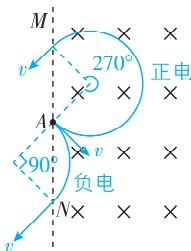
MN 成 45° 角, 粒子逆时针做圆周运动, 轨迹如图所示, 入射

速度与边界 MN 夹角为 45° , 出射时速度与边界 MN 夹角也

为 45° , 因此轨迹对应的圆心角 $\theta' = 270^\circ$ (关键: 带正电粒子

在磁场中的运动轨迹为优弧), 周期不变, 则粒子在磁场中的

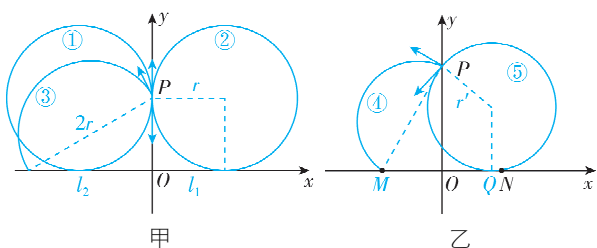
运动时间变为原来的三倍 (关键: 圆心角变为原来的三倍), **C 正确**.



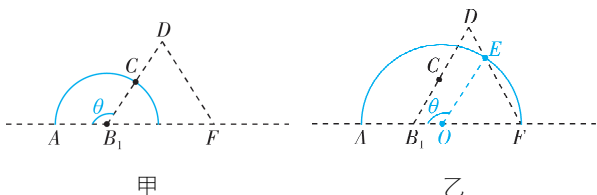
8. **BC** 【解析】根据左手定则, 带电粒子在磁场中沿逆时针

方向运动, 故 **A 错误**; 根据半径公式 $r = \frac{mv}{qB}$, 若 $v = \frac{\sqrt{3}qBl}{2m}$, 联立

解得 $r = \frac{\sqrt{3}l}{2}$, 如图甲所示, 打在挡板上的粒子的两个临界轨迹为①和②, 对应的角度范围为 180° , 则打在挡板上的粒子数占总数的 $\frac{1}{2}$, 故 **B 正确**; 挡板上粒子打到的长度的两个临界轨迹为②和③, 对应的长度分别为 $l_1 = \frac{\sqrt{3}l}{2}$, $l_2 = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \frac{3l}{2}$, 则挡板上粒子打到的线段长度为 $\Delta l = l_1 + l_2 = \frac{(3+\sqrt{3})l}{2}$, 故 **C 正确**; 由于 $v = \frac{qBl}{2m}$, 可知粒子的轨迹半径为 $r' = \frac{l}{2}$, 打在 MN 上的临界轨迹如图乙中④和⑤所示, 则 QN 段无粒子通过, 故 **D 错误**.



9. **D** 【解析】粒子从 A 点运动经过 C 点的路径如图甲所示 (关键: B_1 点到 A 点和到 C 点的距离均为 L), 则 B_1 点为圆周运动的圆心, 圆周运动的半径为 $r_1 = L$, 根据牛顿第二定律可得 $qv_1B = m \frac{v_1^2}{r_1}$, 解得 $v_1 = kBL$, 粒子从 A 点运动到 C 点对应的圆心角为 $\theta = 120^\circ$, 粒子在磁场中运动的周期为 $T = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi}{kB}$, 粒子从 A 点运动到 C 点的时间为 $t_1 = \frac{\theta}{360^\circ} T = \frac{2\pi}{3kB}$, **A、B 错误**; 粒子从 A 点运动到 C 点对应的圆心角和从 A 点运动到 E 点对应的圆心角相等 (关键: 粒子在磁场中运动的周期为 $T = \frac{2\pi}{kB}$, 即粒子在磁场中运动的周期与速度大小无关), 则粒子从 A 点运动到 E 点的轨迹如图乙所示, 即 $\triangle OEF$ 为等边三角形, 则 $r_2 = AB_1 + OB_1 = OE$, 又因为 $OE = OF$, 所以 $AF = 3L = 2r_2$, $B_1O = DE$, 解得 $r_2 = \frac{3}{2}L$, $DE = \frac{L}{2}$, 根据牛顿第二定律可得 $qv_2B = m \frac{v_2^2}{r_2}$, 解得 $v_2 = \frac{3}{2}kBL$, **C 错误, D 正确**.



10. (1) 0.2 T (2) 50% (3) 0.16 m

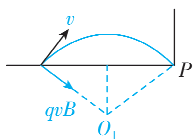


试题解构

过程一

a. 受力分析如图甲所示;

b. 运动分析:



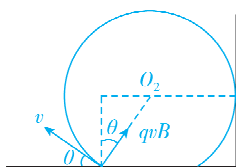
粒子做圆周运动, 恰好打在收集板上的P点

甲

c. 数学关系: $r = \frac{x_0}{2\sin 53^\circ}$.

过程二

a. 受力分析如图乙所示;



乙

b. 运动分析: 粒子做圆周运动, 与 x 轴负方向夹角为 θ 时, 粒子的轨迹恰好和收集板相切, 结合题意可知, 与 x 轴负方向的夹角小于 θ 及与 x 轴正方向的夹角小于 53° 的粒子均不能打在收集板上, 则不能打在收集板上的粒子数占比可用发射角度占比来求;

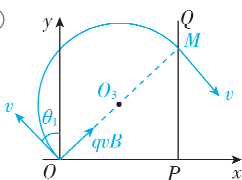
c. 数学关系: $\sin \theta = \frac{x_0 - r}{r}$.

过程三

a. 受力分析如图丙、丁所示;

b. 运动分析:

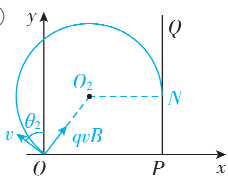
①



临界状态1, 粒子轨迹直径与PQ交于M

丙

②



临界状态2, 轨迹与PQ相切于N

丁

c. 数学关系: $\cos \theta_1 = \frac{x_0}{2r}$, $r(1 + \cos \theta_2) = x_0$.

【解析】(1) 当粒子沿与 x 轴正方向夹角为 53° 方向发射时, 粒子恰好打在收集板上的 P 点, 粒子运动轨迹如图甲所示,

由几何关系可知粒子运动的轨迹半径为 $r = \frac{x_0}{2\sin 53^\circ} = 0.4 \text{ m}$,

..... 1 分

在磁场中由洛伦兹力提供向心力,则有 $qvB = m \frac{v^2}{r}$, ... 1 分

解得 $B = 0.2 \text{ T}$ 1 分

(2) 当粒子轨迹恰好和收集板相切时,粒子运动轨迹如图乙所示,

由几何关系可知 $\sin \theta = \frac{x_0 - r}{r}$, 1 分

解得粒子速度与 x 轴负方向的夹角 $\theta = 37^\circ$, 1 分

结合(1)分析,在一段时间内,粒子源发射的粒子不能打到

收集板上的数目占粒子总数的百分比为 $\frac{37^\circ + 53^\circ}{180^\circ} \times 100\% =$

50%. 1 分

(3) 粒子源发射的粒子中有两个沿不同方向发射的粒子打在 PQ 上的同一位置,则 O 点与该位置的连线为运动轨迹的一条弦,两个运动轨迹分别为对应该弦的优弧和劣弧,临界状态 1 如图丙所示,

初速度与 y 轴正方向夹角为 θ_1 的粒子运动轨迹直径与 PQ

交于 M ,这是区域的上临界点,有 $\cos \theta_1 = \frac{x_0}{2r} = \frac{4}{5}$, ... 1 分

解得 $\theta_1 = 37^\circ$,则有 $PM = 2r \sin \theta_1 = 0.48 \text{ m}$, 2 分

临界状态 2 如图丁所示,

初速度与 y 轴正方向夹角为 θ_2 的粒子轨迹与 PQ 相切于

N ,则有 $r(1 + \cos \theta_2) = x_0$, 1 分

解得 $\theta_2 = 53^\circ$,则有 $PN = r \sin \theta_2 = 0.32 \text{ m}$, 2 分

综合上述,所求区域长度为 $l = PM - PN = 0.48 \text{ m} - 0.32 \text{ m} =$

0.16 m. 1 分

11. (1) $\frac{3qBh}{2m}$ (2) $\frac{2qBh}{m}$ (3) $\frac{2\pi m}{3qB}$

试题解构

a. 审读题干:由题中“正、负粒子速度大小相等,方向相反,比荷均为 $\frac{q}{m}$ ”可知正、负粒子轨迹半径相同.由“ K 水平发射的粒子在 O 点产生光点”可知,水平发射的粒子从 K 运动到 O ,则 OK 为粒子运动轨迹的直径.由“两端同时发

射的正、负粒子恰都能在 N 点产生光点”可知正、负粒子均经过 K 、 N ，则轨迹一个为优弧，一个为劣弧，两个弧共同构成一个圆，题干中的“恰”更是说明轨迹相切于 N 点。

b. 受力分析：根据左手定则可知正、负粒子刚被射出时运动方向相反，受力方向相同且大小相等。

c. 运动分析：(2) 问中的正、负粒子的轨迹在同一圆上，均经过 N 点，即 KN 为其轨迹弦。(2) 问中的粒子发射 t 时间后关闭磁场，关闭磁场后粒子不受力，做匀速直线运动打到 M 点，速度方向为关闭磁场时的速度方向，即与圆轨迹相切。

【解析】(1) 粒子水平发射后做匀速圆周运动，要在 O 点产生光点，其运动轨迹半径 $r = \frac{3h}{2}$ (点拨： OK 是粒子做圆周运动的轨迹的直径)，..... 1 分

由洛伦兹力提供向心力，有 $qvB = \frac{mv^2}{r}$ ，..... 2 分

联立解得 $v = \frac{3qBh}{2m}$ 。..... 1 分

(2) 若 K 从水平方向逆时针旋转 60° ，其两端同时发射的正、负粒子恰都能在 N 点产生光点，则两端粒子的轨迹正好构成一个完整的圆，轨迹如图 1 所示，

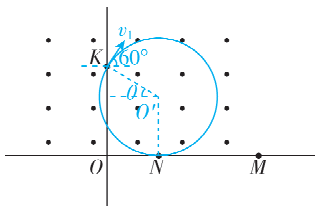


图 1

由于 K 从水平方向逆时针旋转 60° ，则 $\theta = 30^\circ$ ，根据几何关系可知此时粒子做匀速圆周运动的半径为 $r_1 = 2h$ ，... 1 分

根据洛伦兹力提供向心力有 $qv_1B = \frac{mv_1^2}{r_1}$ ，..... 2 分

解得 $v_1 = \frac{2qBh}{m}$ 。..... 1 分

(3) 带正电粒子恰好在 M 点产生光点，则关闭磁场时粒子速度恰好指向 M 点，过 M 点作带正电粒子在磁场中运动轨迹的切线，切点为 P ，如图 2 所示，

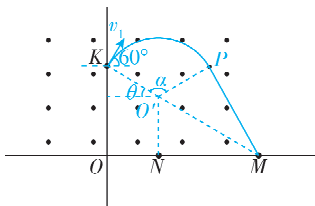


图 2

由几何关系得 $ON = \sqrt{3}h$ ， $NM = 2\sqrt{3}h$ ，..... 1 分

由于 $O'N = r_1 = 2h$ ，且 $O'N \perp NM$ ，根据几何关系可知 $\angle NO'M = \angle PO'M = 60^\circ$ ， $\angle KO'N = 120^\circ$ ，

所以粒子在磁场中运动轨迹对应的圆心角 $\alpha = 120^\circ$ ，

..... 1 分

粒子在磁场中运动的周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$, 2 分

所以 $t = \frac{1}{3}T = \frac{2\pi m}{3qB}$ 2 分

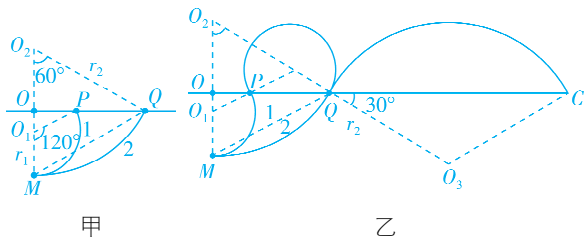
12. (1) $\frac{2\sqrt{3}}{3}d$ $2\sqrt{3}d$ (2) $\frac{2q}{3}$ (3) $6d$

试题解构

a. 审读题干: 由题干“粒子 1 从 P 点离开磁场时, 粒子 2 也恰好从 Q 点离开磁场”可知, 两粒子在边界下方的磁场中运动的时间相同, 可求出两粒子的周期大小关系.

b. 受力分析: 粒子在磁场中只受洛伦兹力作用.

c. 运动分析: 根据已知条件分别画出两粒子第一次经过边界和第二次经过边界的运动轨迹, 如图甲、乙. 粒子 1、2 第一次经过边界时轨迹对应的圆心角分别为 120° 和 60° . 粒子 1、2 两次均同时经过磁场边界, 故 (3) 问中两粒子之间的距离为 $\overline{CQ}$.



【解析】(1) 两粒子运动轨迹如图甲所示,

设粒子 1 运动的轨迹半径为 r_1 , 由几何关系得

$$r_1^2 - (\sqrt{3}d - r_1)^2 = d^2, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } r_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}d, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

设粒子 2 运动的轨迹半径为 r_2 , 由几何关系得

$$r_2^2 - (r_2 - \sqrt{3}d)^2 = (3d)^2, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } r_2 = 2\sqrt{3}d. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由几何关系知, 粒子 1 运动时间 } t = \frac{1}{3}T_1, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{粒子 2 运动时间 } t = \frac{1}{6}T_2, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又 } T = \frac{2\pi m}{Bq}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{因两粒子的质量相同, 可得 } q_1 : q_2 = 2 : 1, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又 } q_1 + q_2 = q, \text{ 解得 } q_1 = \frac{2q}{3}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(3) 若在边界上方同时存在大小相等、方向垂直纸面向外的匀强磁场, 粒子 1、2 将做周期性运动. 粒子 2 第 2 次经过边界时, 粒子 1 也刚好经过边界. 如图乙所示, 此时

$$\text{粒子 1 距离 } O \text{ 点的距离 } x_1 = 3r_1 \cos 30^\circ, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{粒子 2 距离 } O \text{ 点的距离 } x_2 = 3r_2 \cos 30^\circ, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

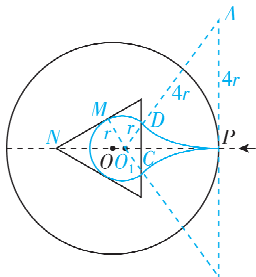
$$\text{所以, 两个粒子的距离 } \Delta x = x_2 - x_1, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } \Delta x = 6d. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

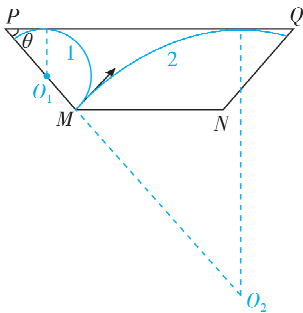


考点3 双(多)边界磁场问题

13. **B** 【解析】由 $qvB = m \frac{v^2}{r}$, 得 $r = \frac{mv}{qB}$, 因为 I 区和 II 区的磁感应强度大小比值为 1:4, 则粒子在 I 区和 II 区的运动半径之比为 4:1, 由题意可知粒子的轨迹如图所示(关键:圆边界和三角形边界均上下对称, 粒子又从 P 点离开, 所以轨迹上下对称), 设粒子在 I 区和 II 区的运动半径分别为 $4r$ 和 r , 则 $\cos \angle PAD = \frac{4r}{4r+r} = 0.8$, 所以 $\angle PAD = 37^\circ$, 设三角形边长至少为 $L_{\min}$, 根据几何关系有 $\frac{r}{\sin 30^\circ} + r \sin 37^\circ = L_{\min} \sin 60^\circ$ (关键: $NO_1 + O_1C = NC$, 且轨迹与边界相切), 且 $\frac{L_{\min}}{2 \cos 30^\circ} + R = \frac{r}{\sin 30^\circ} + 4r \tan 37^\circ$ (关键: $NO + OP = NO_1 + O_1P$, O 为三角形的中心), 联立可得 $L_{\min} = \frac{26}{49} \sqrt{3} R$, **B** 正确.



14. **AD** 【解析】若粒子带正电, 粒子的轨迹如图中轨迹 1 所示, 设粒子的轨迹半径为 R_1 , 由几何关系得 $O_1P + O_1M = \sqrt{2}L$, 即 $\sqrt{2}R_1 + R_1 = \sqrt{2}L$, 解得 $R_1 = (2 - \sqrt{2})L$, 由 $qv_1B = m \frac{v_1^2}{R_1}$ 解得 $v_1 = (2 - \sqrt{2})BkL$, 粒子在磁场中的运动周期为 $T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi}{kB}$, 粒子在磁场中偏转的角度为 180° , 则粒子在磁场中运动的时间为 $t_1 = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{kB}$; 若粒子带负电, 粒子的轨迹如图中轨迹 2 所示, 设粒子的轨迹半径为 R_2 , 由几何关系得 $R_2 = \sqrt{2}(R_2 - L)$, 解得 $R_2 = (2 + \sqrt{2})L$, 由 $qv_2B = m \frac{v_2^2}{R_2}$ 解得 $v_2 = (2 + \sqrt{2})BkL$, 粒子在磁场中偏转的角度大于 45° , 则粒子在磁场中运动的时间 $t_2 > \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4kB}$, 故选 **A、D**.



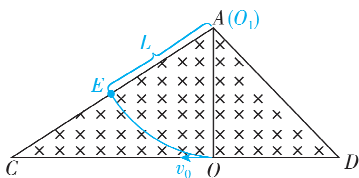
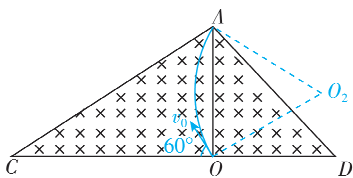
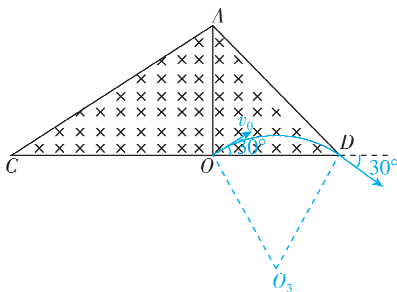


15. B

试题解构

a. 审读题干: 由题干“向磁场内各个方向均匀发射速率均为 v_0 的电子”可知, 电子的速度大小一定, 其垂直射入匀强磁场, 则轨迹半径大小一定; 当 θ 角变化时, 电子的轨迹圆将旋转(旋转圆问题).

b. 运动过程分析: 电子从 O 点均匀向各个方向发射, 且速度大小恒定. 当电子沿 OC 发射时, 出磁场的位置距离 C 点最近; 当 θ 逐渐增大时, 电子将从磁场边界的不同位置射出, 如图所示.



c. 临界分析: 当轨迹圆弧对应的圆心角最小时, 电子运动的时间最短.

【解析】 由于电子源发射的电子速率相同, 电子在磁场中做

匀速圆周运动, 由洛伦兹力提供向心力, 有 $ev_0B = m \frac{v_0^2}{R}$, 解

得 $R = \frac{mv_0}{eB} = L$, 即所有电子的轨迹半径都相等, 由左手定则

可知, 电子进入磁场后沿顺时针方向做匀速圆周运动, 所以

其从 AC 边射出的一个临界位置为从 A 点射出, 此时 $\theta =$

60° , 如图甲所示, 由题意及分析可知, 当 $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ 时, 电

子从 AC 边上射出, 由几何关系可知从 AC 边射出的电子占

总电子数的 $\frac{60^\circ}{180^\circ} = \frac{1}{3}$, 故 **A 错误**; 由题意及分析可知, 当

$60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ 时, 电子从 AD 边射出, 由几何关系可知从

AD 边射出的电子占总电子数的 $\frac{90^\circ}{180^\circ} = \frac{1}{2}$, 故 **B 正确**; 由题

意及分析可知, 当 $150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 时, 电子从 OD 边射

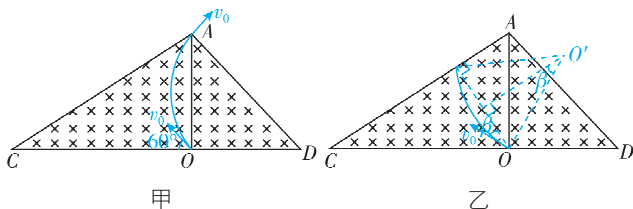
出, 由几何关系可知从 OD 边射出的电子占总电子数的

$\frac{30^\circ}{180^\circ} = \frac{1}{6}$, 故 **C 错误**; 电子在磁场中做匀速圆周运动, 其周

期为 T , 有 $T = \frac{2\pi m}{eB}$, 在磁场中运动的时间为 t , 有 $\frac{t}{T} =$

$\frac{\alpha}{2\pi}$, 整理有 $t = \frac{\alpha m}{eB}$, 即电子运动轨迹对应的圆心角越小, 其在磁场中运动的时间就越短, 又半径一定时, 弦长越短, 其对应的圆心角越小, 所以最短时间即对应着弦长的最小值, 如图乙所示, 所有从 AC 边射出的电子中, 当 $\theta = 60^\circ - \beta$

时, 所用的时间是最短的, 其中 β 满足 $\sin \beta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}L}{L} = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 可知 $\theta \neq 30^\circ$, 故 **D** 错误.

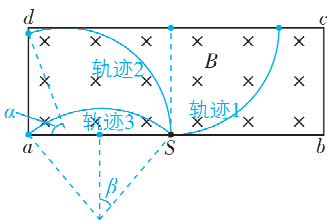


16. (1) $\frac{127\pi}{180kB}$ (2) 20.6%

试题解构

a. 受力及运动分析: 粒子在磁场中仅受洛伦兹力, 带正电, 则在磁场中做逆时针的匀速圆周运动.

b. 临界分析: (1) 根据发射速率计算粒子的运动半径为 L , 根据几何关系可知在本题中粒子的轨迹无法存在优弧, 要想运动时间最长, 需要粒子运动的圆心角最大, 弦长最长则圆心角最大. (2) 从 ad 边射出的粒子在 ad 边上其中一个临界点为 a 点, 如图轨迹 3; 根据 ab 长为 $3.2L$ 可得 $aS = 1.6L$, 而粒子的运动半径为 L , 那么另一个临界点对应的轨迹与 cd 相切, 而不是 d 点, 如图轨迹 2.



【解析】(1) 由洛伦兹力提供向心力 $qvB = m \frac{v^2}{r}$, 2 分

代入比荷 $k = \frac{q}{m}$, 速率 $v = kBL$, 得轨迹半径 $r = L$, 2 分

粒子做圆周运动的周期为 $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi}{kB}$, 2 分

粒子运动时间 $t = \frac{\theta T}{360^\circ}$, θ 为圆心角, 圆心角越大时间越长, 由几何关系知轨迹为劣弧, 最大圆心角对应的弦长最长, 此时轨迹与 cd 相切, 如图轨迹 2 所示, 由几何关系可得

$\cos \alpha = \frac{1.6L - L}{L} = 0.6$, 2 分

则 $\alpha = 53^\circ$, 轨迹圆心角为 $\theta = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$,

因此最长时间 $t = \frac{127^\circ}{360^\circ} T = \frac{127\pi}{180kB}$ 2 分



(2) 在轨迹 2 与轨迹 3 之间的粒子都从 ad 边射出,

由几何关系可得 $\sin \beta = \frac{0.8L}{L} = 0.8$, 2 分

则 $\beta = 53^\circ$, 则轨迹 2 与轨迹 3 的粒子初速度间的夹角为 $90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$,

则从 ad 边射出的粒子占粒子总量的百分比为 $\eta = \frac{37^\circ}{180^\circ} \times 100\% \approx 20.6\%$ 2 分

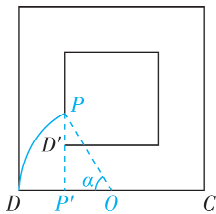
17. (1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}a$ $\frac{\pi}{3Bk}$ (2) $\left(0, \frac{Bka}{2}\right] \cup \left[\frac{5Bka}{2}, +\infty\right)$ a

试题解构

a. 运动与时间分析: 已知粒子的速度大小和方向, 计算粒子在磁场中运动的半径, 根据初速度方向可知, 圆心一定在 DC 直线上, 根据半径找圆心位置, 由几何关系得出圆心角, 可计算运动时间.

b. 临界分析: 粒子要离开磁场区域且不进入无磁场区域 $A'B'C'D'$, 一个临界是恰好经过 D' 点, 一个临界是恰好经过 A' 点.

【解析】(1) 轨迹如图甲所示,



甲

设该粒子的运动轨迹与小正方形的交点为 P , 轨迹圆心一定在 DC 上. 粒子在磁场中, 洛伦兹力提供向心力有

$$qv_0B = m \frac{v_0^2}{r}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

结合 $v_0 = Bka$, 解得 $r = a$, 1 分

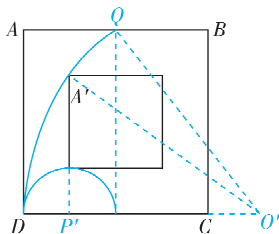
$$\text{由于 } DP' = \frac{a}{2}, OP = a, \text{ 则 } \cos \alpha = \frac{r - \frac{a}{2}}{r}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } \alpha = \frac{\pi}{3}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{由几何关系得 } PD' = r \sin \alpha - \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}a, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{该过程中的时间为 } t = \frac{\alpha m}{Bq} = \frac{\pi}{3Bk}. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 粒子不进入无磁场区域的临界情况如图乙所示,



乙

如果从 DC 边离开磁场区域, 最大轨迹半径为 $\frac{a}{2}$, 则 $r' =$



$$\frac{mv}{qB} \leq \frac{a}{2}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } v \leq \frac{Bka}{2}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

如果粒子由 AB 边离开磁场区域, 最小轨迹半径为 $A'O'$, 已知 $A'P' = \frac{3a}{2}$, 在三角形 $P'A'O'$ 中, 根据勾股定理可得

$$r_1^2 = \frac{9a^2}{4} + \left(r_1 - \frac{a}{2}\right)^2, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } r_1 = \frac{5a}{2}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{同理可得 } v \geq \frac{5Bka}{2}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{所以速度范围为 } \left(0, \frac{Bka}{2}\right] \cup \left[\frac{5Bka}{2}, +\infty\right), \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{根据勾股定理得 } r_1^2 = 4a^2 + (r_1 - AQ)^2, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } AQ = a \text{ (另一解不符合题意, 舍去)}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

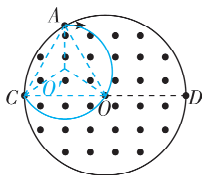
故 Q 为 AB 边的中点, 在 AB 边上有粒子射出的长度为 a .

$$\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

考点 4 圆形(环形)磁场问题

18. **B** 【解析】作出粒子的运动轨迹如

图所示, 假设该粒子在磁场中运动轨迹圆心为 O' , 由几何关系可知 $\triangle AOC$ 为正三角形, 假设粒子的运动轨迹半径为



r , 由几何关系可知 $r = \frac{\sqrt{3}}{3}R$, 由洛伦兹力提供向心力可求得

$$v = \frac{qBr}{m} = \frac{\sqrt{3}qBR}{3m}, \text{A 错误; 由图可知, 轨迹经过圆心 } O, \text{B 正}$$

确; 由几何关系可知运动轨迹对应的圆心角为 240° , 结合公式

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \text{ 可知, 粒子在磁场中运动的时间为 } t = \frac{2}{3}T =$$

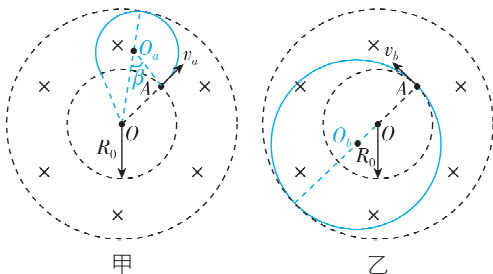
$$\frac{4\pi m}{3qB}, \text{C 错误; 由几何关系可知粒子在磁场中运动的路程 } s =$$

$$\frac{2}{3} \cdot 2\pi r = \frac{4\sqrt{3}\pi R}{9}, \text{D 错误.}$$

19. **C** 【解析】已知 $v_a = \frac{qBR_0}{m}$, 根据洛伦兹力提供向心力有

$$qv_a B = \frac{mv_a^2}{r_a}, \text{ 可得 } r_a = R_0, a \text{ 沿径向发射, 速度方向沿 } OA, \text{ 因此}$$

轨迹圆心 O_a 在与 OA 垂直的直线上, 运动轨迹如图甲,



由几何关系可得 $OO_a = \sqrt{2}R_0$, 外圆半径 $R = OO_a + r_a = (\sqrt{2} + 1)R_0$, A 错误; a 从 A 到外边界切点, 转过的圆心角 $\theta_a = \pi -$



β , 由图可知 $\tan \beta = 1, \beta = \frac{\pi}{4}$, 可得 $\theta_a = \frac{3\pi}{4}$, 运动时间 $t_a =$

$$\frac{\theta_a}{2\pi} \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{3\pi m}{4qB}, \text{B 错误}; b \text{ 沿切线方向发射, 速度方向垂直}$$

于 OA , 因此轨迹圆心 O_b 在 OA 直线上, 粒子轨迹与外圆相切, 运动轨迹如图乙所示, 设 b 轨迹半径为 r_b , 外圆半径满

足 $R = 2r_b - R_0$, 又 $R = (\sqrt{2} + 1)R_0$, 可得 $r_b = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)R_0$, 因此 b

速度大小 $v_b = \frac{qBr_b}{m} = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)v_a$, C 正确; b 从 A 到外边界切

点, 转过圆心角 $\theta_b = \pi$, 运动时间 $t_b = \frac{\theta_b}{2\pi} \cdot \frac{2\pi m}{qB} =$

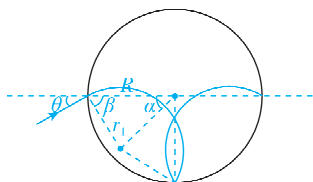
$\frac{\pi m}{qB}$, D 错误.

20. B 【解析】若 $\theta = \frac{\pi}{6}$, 粒子无碰撞直接从 a 到 b , ab 是圆

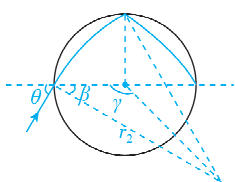
筒直径, 长度 $2R$, 速度与弦 ab 的夹角为 θ , 弦长 $ab = 2r \cdot$

$\sin \theta = 2R$, 解得 $r = 2R$, 由 $Bqv = m \frac{v^2}{r}$, 得 $v = \frac{qBr}{m} = \frac{2BqR}{m}$, A

错误;



甲



乙

如果粒子与筒壁发生一次碰撞, 可能存在两种情况如图甲、乙(关键: 粒子从 a 点进入, b 点射出, 轨迹一定关于某

直径对称), 其中 $\beta = \frac{\pi}{2} - \theta$, 甲图中 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 由正弦定理有

$$\frac{r_1}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(\pi - \alpha - \beta)}, \text{ 由 } Bqv_1 = m \frac{v_1^2}{r_1} \text{ 得 } v_1 =$$

$$\frac{\sqrt{2}BqR}{2m \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}, \text{ 乙图中 } \gamma = \frac{3\pi}{4}, \text{ 由正弦定理有 } \frac{r_2}{\sin \gamma} =$$

$$\frac{R}{\sin(\pi - \gamma - \beta)}, \text{ 由 } Bqv_2 = m \frac{v_2^2}{r_2} \text{ 得 } v_2 = \frac{\sqrt{2}BqR}{2m \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}, \text{ 根据 } v_1$$

和 v_2 的表达式, 当 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, 有两个大于零的解, 而当

$0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 时, 只有一个大于零的解, 所以当 $\theta = \frac{\pi}{6}$, 速度只

有一个解 $v = \frac{(\sqrt{3}-1)BqR}{m}$, 当 $\theta = \frac{\pi}{3}$, 速度有两个解 $v_1 =$

$\frac{(\sqrt{3}-1)BqR}{m}$ 和 $v_2 = \frac{(\sqrt{3}+1)BqR}{m}$, B 正确, C、D 错误.

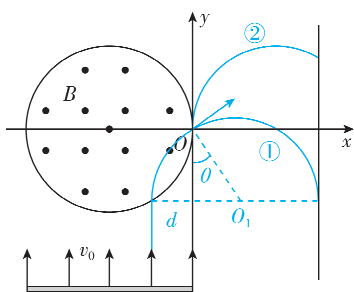
21. (1) $\frac{v_0}{RB}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $k \geq \frac{25B}{16R}$



试题解构

a. 审读题干: 由题中“该粒子源沿 $+y$ 方向均匀发射速度大小为 v_0 的相同带电粒子, 所有粒子经磁场偏转后从坐标原点 O 处射出”可知粒子在磁场中运动符合磁聚焦模型, 粒子做圆周运动的半径等于圆形磁场的半径; 或根据题中“指向圆心射入的粒子恰好从 O 点沿 x 轴正方向射出”找到轨迹圆心画出轨迹, 正对着圆心进入磁场的粒子, 恰好转过 90° 背离圆心出磁场, 轨迹半径等于磁场半径.

b. 临界分析: 粒子能打到荧光屏上的一个临界情况为沿 y 轴正方向射入 y 轴右侧区域, 如图轨迹②; 另一个临界情况为粒子轨迹与荧光屏相切, 如图轨迹①.



若所有粒子均不能打到荧光屏上, 则应保证沿 $+y$ 方向入射第一象限的粒子在变化后的磁场中运动的轨迹刚好与荧光屏相切.

【解析】(1) 由题可知, 粒子在磁场中运动的轨迹半径 $r=R$,

..... 1 分

粒子所受洛伦兹力提供向心力, 有 $qv_0B = m \frac{v_0^2}{r}$, 1 分

解得 $\frac{q}{m} = \frac{v_0}{RB}$ 1 分

(2) 由于 y 轴与荧光屏之间存在垂直 xOy 平面向外的匀强磁场, 磁感应强度大小为 $B_1=B$,

故带电粒子在 y 轴与荧光屏之间做顺时针圆周运动, 轨迹半径 $r=R$, 1 分

打在荧光屏上的粒子的两个临界轨迹为①和②,

根据临界轨迹①, 结合几何关系有 $x=R+R\sin\theta$, 1 分

解得 $\theta=37^\circ$,

由几何知识可得临界轨迹①对应的粒子在粒子源上距离 y 轴的距离为 $d=R-R\sin\theta$, 1 分

解得 $d=0.4R$,

临界轨迹②对应的粒子在粒子源上位于 y 轴, 故打到荧光屏上的粒子数占粒子总数的比例 $\eta = \frac{d}{2R}$, 1 分

解得 $\eta = \frac{1}{5}$ 1 分

(3) 由题意可知, 所有粒子均不能打到荧光屏上, 则沿 $+y$ 方向射入第一象限的粒子在变化后的磁场中运动的轨迹刚好

与荧光屏相切,则沿 y 轴方向根据动量定理有

$$\sum qv_x B_2 \Delta t = mv_0 - (-mv_0), \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

整理得 $\sum qB_2 \Delta x = 2mv_0$, 由于 $B_2 = kx$, 所以

$$\sum qB_2 \Delta x = q \frac{0+kx}{2} x, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } k = \frac{25B}{16R}, \text{ 故 } k \text{ 的取值范围为 } k \geq \frac{25B}{16R}. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

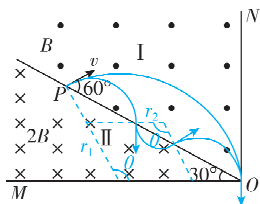
模型 3 ▶ 带电粒子的临界与多解问题

22. (1) $\frac{\sqrt{3}mv}{qB}$ (2) $\frac{2v}{3n+2} (n=0, 1, 2, 3, \dots)$

试题解构

a. 受力分析: 由题中“不计粒子的重力”可知, 粒子在匀强磁场中只受洛伦兹力的作用, 因此粒子做匀速圆周运动.

b. 运动分析: 由题中粒子“在区域 I 中偏转后直接从 O 点离开磁场区域”, 可作出粒子的运动轨迹, 如图中的长圆弧所示.



c. 几何关系: 根据粒子在匀强磁场中运动的对称性可知, 粒子从 O 点离开磁场区域时速度方向与直线 OP 的夹角为 60° , 此时速度方向刚好与 OM 垂直, 即粒子做圆周运动的圆心在 OM 上.

d. 多解分析: 粒子可以在区域 I 和 II 中往返多次, 最终粒子仍从 O 点离开磁场. 图中为两种可能的运动轨迹, 粒子每次在区域 I 或 II 中运动轨迹的圆心角均为 120° . 因穿越分界线 OP 时速度方向与 OP 的夹角为 60° , 所以最终粒子只能由区域 I 达到 O 点. 如果该处分析不清楚, 会错解为从 O 点离开时有从区域 I 和区域 II 离开两种情况.

【解析】(1) 粒子在磁场中做匀速圆周运动, 设粒子在区域 I 中运动的轨迹半径为 r_1 ,

$$\text{由洛伦兹力提供向心力得 } qvB = m \frac{v^2}{r_1}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } r_1 = \frac{mv}{qB}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

粒子运动轨迹如图中长圆弧所示, 由几何关系得粒子在区域 I 中运动轨迹的圆心角 $\theta = 120^\circ$,

$$\text{则 } OP \text{ 之间的距离为 } l = 2r_1 \sin \frac{\theta}{2},$$

$$\text{解得 } l = \sqrt{3}r_1 = \frac{\sqrt{3}mv}{qB}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 设粒子射入时速度大小为 v' , 由洛伦兹力提供向心力得

粒子在区域 II 中运动的轨迹半径 $r_2 = \frac{mv'}{2qB}$, 1 分

粒子在区域 I 中运动的轨迹半径 $r_1' = \frac{mv'}{qB}$,

可得 $r_1' = 2r_2$, 1 分

则 OP 间的距离需满足 $l = 2r_1' \sin 60^\circ + n(2r_1' \sin 60^\circ + 2r_2 \sin 60^\circ) (n=0, 1, 2, 3, \dots)$, 1 分

整理可得 $l = (3n+2)\sqrt{3}r_2$, 2 分

由(1)可知 $l = \frac{\sqrt{3}mv}{qB}$, 1 分

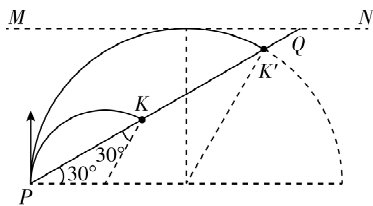
联立解得粒子射入时速度大小为 $v' = \frac{2v}{3n+2} (n=0, 1, 2, 3, \dots)$.

..... 2 分

23. (1) $\frac{qBd}{2m}$ (2) $(2-\sqrt{3})d$ (3) $\frac{2\pi m}{3qB}$

试题解构

a. 运动分析: 垂直于 MN 向上发射的正粒子在磁场中沿顺时针方向做圆周运动, 在 K 处被吸收时轨迹为普通的劣弧, 最远到达 K' 处的轨迹, 由放缩圆思想可知, 轨迹应与 MN 相切, 如图所示.



b. 极值分析: 当两粒子速度大小相等、方向相反、均打在荧光屏上时, 在磁场中的运动轨迹正好组合为一个完整的圆, 相同时间内运动的路程相同, 所以在转过 θ 的范围内, 两个粒子到达 D 处的轨迹长度差距越大, 发射两个粒子的时间间隔 Δt 越大.

【解析】(1) 轨迹如试题解构图所示, 由几何关系可知 $2r_1 \cdot$

$\cos 30^\circ = \sqrt{3}r_1 = PK = \frac{\sqrt{3}}{2}d$, 1 分

$r_1 = \frac{d}{2}$, 1 分

又 $qv_0B = m \frac{v_0^2}{r_1}$, 1 分

解得粒子速度大小 $v_0 = \frac{qBd}{2m}$ 1 分

(2) 当轨迹和 MN 相切时, 正粒子最远到达 K' 处, 轨迹如试题解构图所示, 此时 $r_2 = d$, 1 分

$PK' = 2r_2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}d$, 1 分

则 $K'Q = PQ - PK' = (2-\sqrt{3})d$ 1 分

(3) 可知上端发射正粒子, 下端发射负粒子, 才能使两个粒

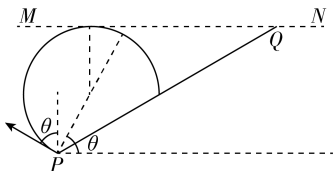


子均到达荧光屏,且两粒子从发射到到达荧光屏的轨迹组合成一个整圆,当 $\theta = 30^\circ$ 时,两粒子的轨迹长度之差为零,则发射两粒子的时间间隔为零.之后增大 θ ,两轨迹长度之差也增大, 1 分

$$qvB = m \frac{v^2}{r_3}, \text{ 1 分}$$

$$r_3 = (4 - 2\sqrt{3})d > \frac{d}{2}, \text{即 } 2r_3 > d, \text{ 1 分}$$

则可知当发射管旋转角度达到某值后,向左上发射的正粒子将飞出磁场区域,不符合题意,设转动 θ 后正粒子刚好不飞出磁场区域,则其轨迹与 MN 相切,如图,



$$\text{由几何关系可知 } r_3 + r_3 \sin \theta = 2d \sin 30^\circ, \text{ 1 分}$$

$$\theta = 60^\circ, \text{ 1 分}$$

此时初速度与 PQ 成 120° 角,根据几何关系有

$$t_1 = \frac{2}{3}T = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi m}{qB}, \text{ 1 分}$$

$$t_2 = \frac{1}{3}T = \frac{2\pi m}{3qB}, \text{ 1 分}$$

$$\text{发射两个粒子的最大时间间隔 } \Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2\pi m}{3qB}. \text{ 1 分}$$

$$24. (1) \left(\frac{2mv_0}{Bq}, 0 \right) \quad (2) 0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ \quad (3) \frac{16mv_0}{Bq} \quad \frac{106\pi m}{45Bq}$$

试题解构

a. 审读题干:由题中“ A 点为速率最小的粒子首次进入第四象限通过 x 轴的最远点”可知 OA 为粒子以 v_0 做匀速圆周运动的直径.要计算“能够通过 A 点首次进入第四象限的粒子的初速度方向与 y 轴正方向的夹角范围”,需明确粒子的运动轨迹对应的弦是 OA .

b. 运动分析:粒子在第一象限做顺时针方向的圆周运动,进入第四象限后做逆时针方向的圆周运动.

c. 模型分析:粒子的速度大小和方向均有范围,则粒子速度方向不确定时,粒子的轨迹圆是旋转圆模型,粒子速度大小不确定时,轨迹圆是放缩圆模型.

【解析】(1) 粒子以最小速度进入第四象限的最远点在 x 轴

$$\text{上的截距为轨迹直径,由 } Bv_0q = m \frac{v_0^2}{r} \text{ 得 } r = \frac{mv_0}{Bq}, \text{ 1 分}$$

$$A \text{ 点的横坐标为 } x_A = 2r = \frac{2mv_0}{Bq}, \text{ 1 分}$$

$$\text{则 } C \text{ 点的横坐标为 } x_C = \frac{8}{5}x_A = \frac{16mv_0}{5Bq},$$

故 A 点的坐标为 $\left(\frac{2mv_0}{Bq}, 0\right)$ 1 分

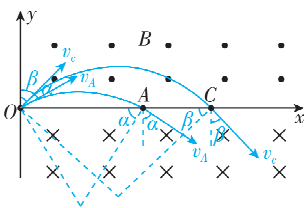
(2) 设通过 A 点首次进入第四象限的粒子进入第一象限时速度大小为 v_A 、与 y 轴正方向的夹角为 α , 如图所示,

需满足 $2R\cos\alpha = \frac{2mv_A\cos\alpha}{qB} = \frac{2mv_y}{qB} = x_A$, 2 分

由此可知, 粒子的竖直分速度为 $v_y = v_0$, 1 分

因此粒子的速度满足 $v_0 \leq v_A \leq 2v_0$, 夹角 α 满足 $\cos\alpha \geq \frac{v_0}{2v_0}$,
..... 1 分

故粒子的初速度方向与 y 轴正方向的夹角范围是 $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 1 分



(3) 设通过 C 点首次进入第四象限的粒子进入第一象限时速度大小为 v_c 、与 y 轴正方向的夹角为 β ,

同理可得 $2R'\cos\beta = \frac{2mv_c\cos\beta}{qB} = \frac{2mv'_y}{qB} = x_c$, 1 分

可得 $v'_y = \frac{8}{5}v_0$, 1 分

因此粒子的速率满足 $\frac{8}{5}v_0 \leq v_c \leq 2v_0$, 1 分

夹角 β 满足 $\cos\beta \geq \frac{v'_y}{2v_0}$, 故 $0 \leq \beta \leq 37^\circ$,

两粒子相遇, 必有 $n_1x_A - n_2x_c = x_c - x_A$ (其中 n_1, n_2 取 $1, 2, 3, \dots$),
..... 2 分

即 $n_1 = \frac{8n_2 + 3}{5}$, 由于最先相遇, 则取最小的自然数, 取 $n_1 =$

$7, n_2 = 4$, 因此粒子在 x 轴上最先相遇的位置横坐标

$x = x_A + n_1x_A = \frac{16mv_0}{Bq}$, 1 分

由于粒子在两磁场中的运动具有周期性, 且粒子做圆周运动的周期均为 $T = \frac{2\pi m}{Bq}$, 因此粒子最先相遇的时刻

$t = n_1 \frac{180^\circ - 2\alpha}{360^\circ} T = n_2 \frac{180^\circ - 2\beta}{360^\circ} T$, 1 分

其中 $0 \leq \alpha \leq 60^\circ, 0 \leq \beta \leq 37^\circ$,

代入 $n_1 = 7, n_2 = 4$ 可得到, 到达相遇位置的粒子, 满足

$\alpha = \frac{270^\circ + 4\beta}{7}$, 1 分

当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\beta = 37.5^\circ > 37^\circ$, 不符合题意, 舍去,

当 $\beta = 37^\circ$ 时, $\alpha = \left(\frac{418}{7}\right)^\circ < 60^\circ$, 符合题意,

由此可知, 当 $\beta = 37^\circ$ 时相遇的时间最短, 即 $\beta = 37^\circ, \alpha =$



$\left(\frac{418}{7}\right)^\circ$ 的粒子最先相遇，..... 1 分

粒子在 x 轴上最先相遇的时刻为 $t = n_2 \frac{180^\circ - 2\beta}{360^\circ} T = \frac{106\pi m}{45Bq}$.

..... 1 分